

Exercice n°1: Jeux d'enfants avec des palets de hockey (10 points)

I - Première partie : étude dynamique

1) Le système {palet} est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le repère d'étude est (O, \vec{i}, \vec{j}) d'axes (Ox) et (Oy) avec **(Oy) orienté vers le bas**.

Conditions initiales : à $t = 0$ s

$$\begin{aligned} x(0) &= 0 & y(0) &= 0 \\ v_x(0) &= v_0 & v_y(0) &= 0 \end{aligned}$$

Forces : en négligeant les actions de l'air seul le poids intervient : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

Deuxième loi Newton :

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$$

Sur (Ox) : $a_x(t) = 0$
Sur (Oy) : $a_y(t) = g$

Or $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc

Sur (Ox) :	$v_x(t) = C_1$
Sur (Oy) :	$v_y(t) = g \cdot t + C_2$
à $t = 0$ s	$v_x(0) = v_0 = C_1$
	$v_y(0) = 0 = C_2$

d'où

Sur (Ox) $v_x(t) = v_0$
Sur (Oy) $v_y(t) = g \cdot t$

Or $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ donc

Sur (Ox) :	$x(t) = v_0 \cdot t + C_3$
Sur (Oy) :	$y(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + C_4$

Or à $t = 0$ s $x(0) = 0 = C_3$
 $y(0) = 0 = C_4$

D'où

Sur (Ox) : $x(t) = v_0 \cdot t$
Sur (Oy) : $y(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

2) Pour $y = h$, $t = t_B$ donc $h = \frac{1}{2} g \cdot t_B^2$ c'est-à-dire $t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

3) On constate que t_B est indépendant de v_0 , donc le palet de Benoît arrive au sol en même temps que celui d'Amélie.

4) De l'équation $x(t) = v_0 \cdot t$ il vient : $t = \frac{x}{v_0}$

on reporte dans $y(t)$ ce qui donne l'équation de la trajectoire :

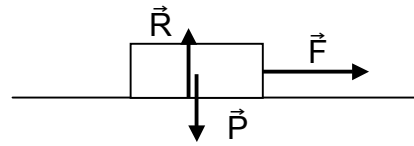
$y(x) = \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot x^2$
--

5) Lorsque le palet touche le sol : $y = h$ pour $x = D$ donc de l'équation de la trajectoire il vient :

$$h = \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot D^2 \quad \Leftrightarrow \quad D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

1) Les forces qui s'exercent sur le palet entre K et O sont :

- le poids \vec{P}
- la réaction \vec{R} de la gouttière perpendiculaire à celle-ci car il n'y a pas de frottements
- la force \vec{F} de l'enfant horizontale



2) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c = \Sigma W \vec{F}^{ext} \quad \text{entre les points K et O il vient :}$$

$$\frac{1}{2} M v_0^2 - \frac{1}{2} M v_K^2 = W_{KO}(\vec{P}) + W_{KO}(\vec{R}) + W_{KO}(\vec{F})$$

or $W_{KO}(\vec{P}) = W_{KO}(\vec{R}) = 0$ J car les deux forces sont orthogonales au déplacement du palet.

Et : $W_{KO}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{KO} = F \cdot L$

Et $v_K = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (énoncé) donc il vient :

$$\frac{1}{2} M v_0^2 = F \cdot L$$

D'où :

$v_0 = \sqrt{\frac{2FL}{M}} \quad (1)$
--

3) D'après la relation : $D = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$ il vient $v_0 = D \sqrt{\frac{g}{2h}} \quad (2)$

Donc en égalant (1) et (2), on obtient :

$$\sqrt{\frac{2FL}{M}} = D \sqrt{\frac{g}{2h}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2FL}{M} = D^2 \cdot \frac{g}{2h}$$

finalement :

$F = \frac{gMD^2}{4hL}$

4) $F_A = \frac{gMD_A^2}{4hL}$ et $F_B = \frac{gMD_B^2}{4hL}$

Donc $F_A / F_B = D_A^2 / D_B^2 = 8^2 / 4^2 = 4$

Amélie est **quatre fois** plus forte que Benoît...

5) Energie mécanique : $E_m = E_c + E_{pp}$

ici : $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot y$

En l'absence de frottements, l'énergie mécanique se conserve donc :

$$\begin{aligned} E_m(O) &= E_m(B) \\ \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 - m \cdot g \cdot y_0 &= \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - m \cdot g \cdot y_B \\ \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 &= \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - m \cdot g \cdot h \\ v_B^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \end{aligned}$$

finalement :

$v_B = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}$
--

Exercice n°2: Étude de la vitamine C (10 points)

I - Première partie : étude d'un comprimé effervescent

1) Un acide est une espèce chimique susceptible de libérer un proton, H^+ .

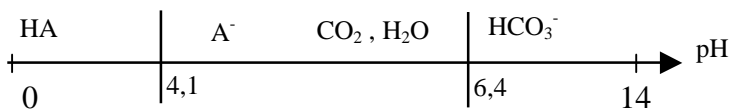
$C_6H_8O_6 = C_6H_7O_6^- + H^+$ la base conjuguée est l'ion ascorbate de formule $C_6H_7O_6^-$.

2) Masse d'hydrogénocarbonate de sodium nécessaire pour préparer 250 mL de solution:

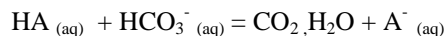
$$m = C \times V \times M$$

$$m = 4,0 \cdot 10^{-2} \times 0,250 \times 84 = 1,0 \times 10^{-2} \times 84 = \mathbf{0,84 \text{ g}}$$

3) Diagramme de prédominance :



4) équation de la réaction:



$$K = \frac{[\text{A}^-]_{\text{eq}} \times [\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}]_{\text{eq}}}{([\text{HA}]_{\text{eq}} \times [\text{HCO}_3^-]_{\text{eq}})}$$

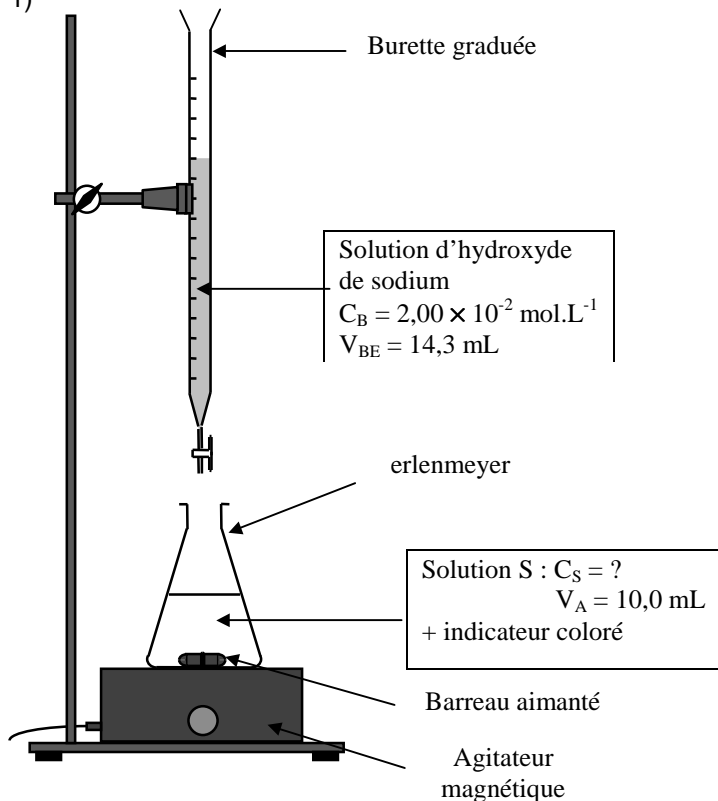
$$= K_{A1} / K_{A2} = 10^{-\text{p}K_{A1} + \text{p}K_{A2}} = 10^{-4,1 + 6,4} = 10^{2,3}$$

$$= 2,3 \cdot 10^2$$

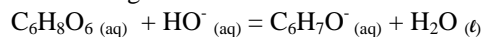
5) La réaction est sensiblement déplacée dans le sens direct (K voisin de 10³). L'effervescence observée est due au dégagement de CO₂.

II - Seconde partie : titrage d'un comprimé de vitamine C

1)



2) La réaction de titrage est :



3) Constante d'équilibre K' :

$$K' = \frac{[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}^-]_{\text{eq}}}{[\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6]_{\text{eq}} \times [\text{HO}^-]_{\text{eq}}}$$

En multipliant par [H₃O⁺]_{eq} au numérateur et dénominateur :

$$K' = \frac{[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}^-]_{\text{eq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eq}}}{[\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6]_{\text{eq}} \times 1} \times \frac{1}{([\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eq}} \times [\text{HO}^-]_{\text{eq}})}$$

$$K' = K_{A1} / K_e = 10^{-\text{p}K_{A1} + \text{p}K_e} = 10^{-4,1 + 14} = 10^{9,9}$$

K' >> 10³ donc la réaction est totale.

4) A l'équivalence du titrage les réactifs ont été mélangés dans les proportions stoechiométriques :

$$n_{\text{init}}(\text{vit C}) = n_E(\text{HO}^-)$$

$$n_{\text{init}}(\text{vit C}) = C_B \times V_{BE} = 2,00 \times 10^{-2} \times 14,3 \times 10^{-3}$$

$$n_{\text{init}}(\text{vit C}) = 28,6 \times 10^{-5} = \mathbf{2,86 \times 10^{-4} \text{ mol}} \quad \text{dans } 10,0 \text{ mL de S}$$

5) Dans les **100,0 mL** de la solution S, la quantité de vitamine C est alors :

$$n(\text{vit C}) = 10 \times 2,86 \times 10^{-4} = \mathbf{2,86 \times 10^{-3} \text{ mol}}$$

La masse m de vitamine C est alors :

$$m = n(\text{vit C}) \times M$$

$$m = 2,86 \times 10^{-3} \times 176$$

$$m = 2,86 \times 1,76 \times 10^{-1}$$

$$\mathbf{m = 5,03 \times 10^{-1} \text{ g} = 503 \text{ mg.}}$$

L'appellation vitamine C 500 est due à la masse de vitamine C en mg contenue dans le comprimé.