

Durée 2h – SANS CALCULATRICE

Exercice n°1: Jeux d'enfants avec des palets de hockey (10 points)

• Deux enfants Amélie et Benoît sont sur un balcon. Ils jouent avec des palets de hockey identiques, et, au cours de leurs différentes parties, ils s'interrogent...

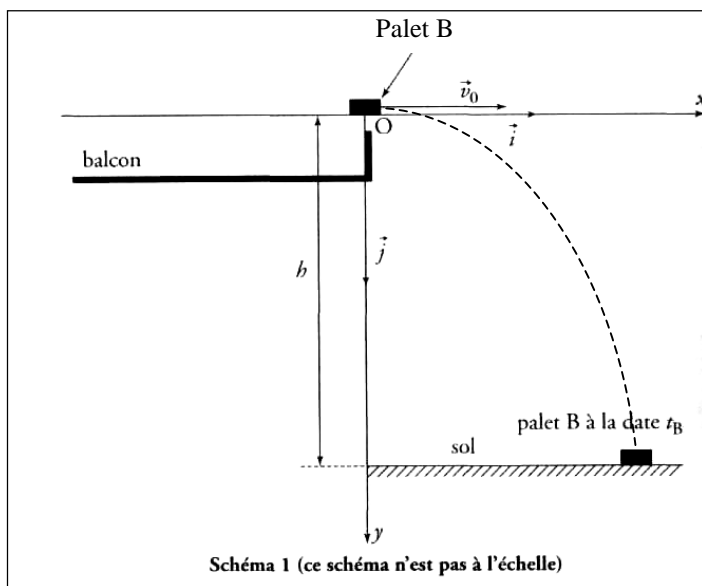
I - Première partie : étude dynamique

• Amélie lâche son palet A sans vitesse initiale, et, en même temps, de la même altitude par rapport au sol, Benoît lance son palet B avec une vitesse initiale horizontale \vec{v}_0 . Benoît pense que son palet touchera le sol plus tard que celui d'Amélie.

• La modélisation est la suivante :

- les palets sont assimilés à des points matériels (confondus avec leur centre d'inertie) de masse M ;
- les actions de l'air sont négligeables par rapport aux autres forces ;
- les palets sont initialement à une altitude $h = 5,0 \text{ m}$ par rapport au sol (voir schéma 1).

• On considérera que le référentiel terrestre est galiléen et on prendra pour accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. La situation est schématisée ci-dessous :



1) On considère que le mouvement a lieu dans le plan vertical xOy (schéma 1). Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , représenté sur le schéma 1, établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du palet B et montrer que :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{v}_0 \cdot t \\ \mathbf{y}(t) &= \frac{1}{2} \cdot \mathbf{g} \cdot t^2 \end{aligned}$$

2) En déduire l'expression littérale de la durée de chute t_B en fonction de g et h .

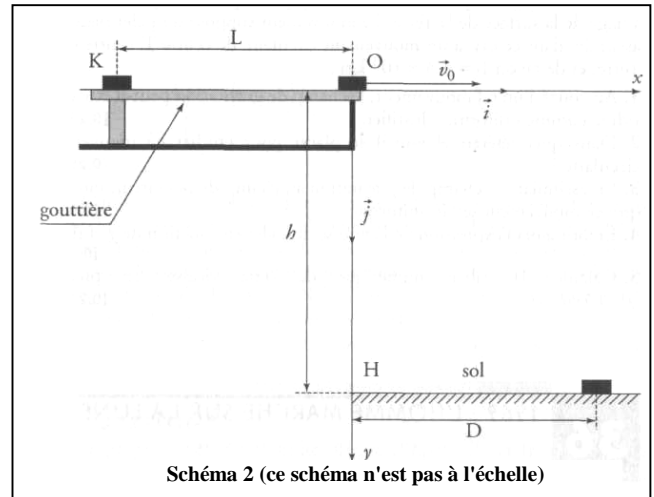
3) À l'aide de ce résultat, montrer sans calculs, que Benoît a tort, et préciser si son palet arrive plus tôt ou en même temps que le palet d'Amélie.

4) Établir l'équation de la trajectoire du palet B.

5) Le palet B touche le sol à la distance D (voir figure 2). Exprimer D en fonction de v_0 , g et h .

II - Deuxième partie : étude énergétique

• Amélie et Benoît décident de comparer leur force. Une gouttière lisse et horizontale leur sert de rampe de lancement. L'un après l'autre, chacun d'eux place son palet en K et le pousse jusqu'au point O où le palet quitte la rampe (voir schéma 2).



• Le palet A touche le sol à la distance $D_A = 8,0 \text{ m}$ du pied H du balcon, le point H appartenant au plan vertical xOy . Le palet B touche le sol à la distance $D_B = 4,0 \text{ m}$ de H.

Amélie affirme à Benoît : « je suis deux fois plus forte que toi ». On se propose de savoir si elle a raison.

• On modélise l'action des mains d'Amélie (ou de Benoît) sur un palet par une force horizontale constante \vec{F} qui s'exerce sur la distance $KO = L$. La vitesse en K est nulle. Les forces de frottement agissant sur un palet sont négligées par rapport aux autres forces.

1) Faire le bilan des forces appliquées à un palet entre K et O et les représenter sur un schéma sans soucis d'échelle mais de façon cohérente.

2) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique

$$(\Delta E_c = \Sigma W \vec{F}^{\text{ext}}), \text{ montrer que: } v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot L}{M}}$$

3) En déduire l'expression de F en fonction de D , M , L , g et h .

4) En déduire, sans calcul numérique, si la valeur de la force exercée par Amélie est deux fois plus grande que celle exercée par Benoît. Justifier.

5) Dans cette étude, l'énergie potentielle de pesanteur s'écrit :

$$E_{pp} = - \mathbf{m} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{y}.$$

Établir l'expression de l'énergie mécanique du palet.

En négligeant tous les frottements, établir l'expression littérale de la vitesse \mathbf{v}_B du palet B juste avant qu'il ne touche le sol au point, en fonction de v_0 , g et h .

Exercice n°2: Étude de la vitamine C (10 points)

DONNEES

Masses molaires en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$: $M(\text{H}) = 1,0$; $M(\text{C}) = 12$;
 $M(\text{O}) = 16$; $M(\text{Na}) = 23$;

Couples acide/base

Acide ascorbique / ion ascorbate $pK_{A1} = 4,1$
 $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O} / \text{HCO}_3^-$ $pK_{A2} = 6,4$

• Un comprimé **effervescent** de vitamine C est principalement composé d'acide ascorbique et d'hydrogénocarbonate de sodium.

• L'acide ascorbique est un solide moléculaire de formule brute $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$. C'est un acide faiblement dissocié dans l'eau.



I - Première partie : étude d'un comprimé effervescent

1) Rappelez la définition d'un acide au sens de Bronsted.
Écrire la demi équation acido-basique associée à l'acide ascorbique.

Dans la suite, on notera HA , l'acide ascorbique et A^- sa base conjuguée.

L'hydrogénocarbonate de sodium est un solide ionique de formule NaHCO_3 (s). En solution aqueuse, le solide donne les ions Na^+ (aq) et HCO_3^- (aq).

On prépare une solution aqueuse d'hydrogénocarbonate de sodium de concentration en soluté apporté $\text{C} = 4,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

2) Quelle masse de composé solide a-t-il fallu dissoudre pour préparer **250 mL** de cette solution ?

3) Représenter sur un même diagramme, les domaines de prédominance des différentes espèces des deux couples acide/base mis en présence lorsqu'on dissout un comprimé de vitamine C dans l'eau.

4) On plonge un comprimé de vitamine C dans l'eau. Écrire l'équation de la réaction qui se produit entre les deux principaux composés présents dans le comprimé de vitamine C.

Donner l'expression de la constante d'équilibre, K , associée à cette réaction. Calculer sa valeur.

5) Expliquer alors ce qui provoque l'effervescence du comprimé dans l'eau.

Aide aux calculs : $10^{2,3} \approx 2,0 \cdot 10^2$; $10^{-2,3} \approx 5,0 \cdot 10^{-3}$

II - Seconde partie : titrage d'un comprimé de vitamine C

Données: $M(\text{vitamine C}) = 176 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$.
Produit ionique de l'eau à 25°C : $K_e = 10^{-14}$

• On considère maintenant un comprimé de « vitamine C 500 » **non effervescent** contenant principalement de l'acide ascorbique (ou vitamine C).

• On écrase le comprimé dans un mortier. On dissout la poudre dans un peu d'eau distillée et l'on introduit l'ensemble dans une fiole jaugée de **100,0 mL**. On complète avec de l'eau distillée. Après homogénéisation, on obtient une solution S.

• On prélève un volume $V_A = 10,0 \text{ mL}$ de la solution S que l'on titre avec une solution d'hydroxyde de sodium (ou soude) de concentration molaire en soluté apporté $\text{C}_B = 2,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ en présence d'un indicateur coloré convenablement choisi. L'équivalence est obtenue pour un volume de solution aqueuse d'hydroxyde de sodium $V_{BE} = 14,3 \text{ mL}$.

1) Représenter un schéma annoté du dispositif pour réaliser ce titrage.

2) Écrire l'équation de la réaction de titrage.

3) Exprimer puis calculer la constante K' de la réaction de titrage. Conclure.

4) Définir l'équivalence du dosage. Calculer la quantité d'acide ascorbique contenue dans les **10,0 mL** de la solution dosée.

5) En déduire la valeur de la masse m , en **mg**, d'acide ascorbique contenue dans le comprimé.
Justifier l'appellation « vitamine C 500 »

Aide aux calculs : $2,86 / 1,76 = 1,63$ $2,86 \times 1,76 = 5,03$

Exercice n°1: Jeux d'enfants avec des palets de hockey (10 points)

I - Première partie : étude dynamique

1) Le système {palet} est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le repère d'étude est (O, \vec{i}, \vec{j}) d'axes (Ox) et (Oy) avec **(Oy) orienté vers le bas**.

Conditions initiales : à $t = 0$ s

$$\begin{aligned} x(0) &= 0 & y(0) &= 0 \\ v_x(0) &= v_0 & v_y(0) &= 0 \end{aligned}$$

Forces : en négligeant les actions de l'air seul le poids intervient : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

Deuxième loi Newton :

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$$

| |
|-------------------------|
| Sur (Ox) : $a_x(t) = 0$ |
| Sur (Oy) : $a_y(t) = g$ |

Or $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc

| | |
|-------------|----------------------------|
| Sur (Ox) : | $v_x(t) = C_1$ |
| Sur (Oy) : | $v_y(t) = g \cdot t + C_2$ |
| à $t = 0$ s | $v_x(0) = v_0 = C_1$ |
| | $v_y(0) = 0 = C_2$ |

d'où

| |
|-------------------------------|
| Sur (Ox) $v_x(t) = v_0$ |
| Sur (Oy) $v_y(t) = g \cdot t$ |

Or $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ donc

| | |
|------------|--|
| Sur (Ox) : | $x(t) = v_0 \cdot t + C_3$ |
| Sur (Oy) : | $y(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2 + C_4$ |

Or à $t = 0$ s $x(0) = 0 = C_3$
 $y(0) = 0 = C_4$

D'où

| |
|---|
| Sur (Ox) : $x(t) = v_0 \cdot t$ |
| Sur (Oy) : $y(t) = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ |

2) Pour $y = h$, $t = t_B$ donc $h = \frac{1}{2} g \cdot t_B^2$ c'est-à-dire $t_B = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

3) On constate que t_B est indépendant de v_0 , donc le palet de Benoît arrive au sol en même temps que celui d'Amélie.

4) De l'équation $x(t) = v_0 \cdot t$ il vient : $t = \frac{x}{v_0}$

on reporte dans $y(t)$ ce qui donne l'équation de la trajectoire :

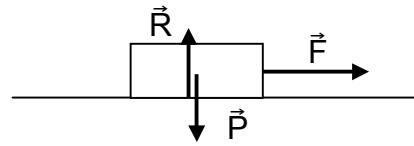
| |
|--|
| $y(x) = \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot x^2$ |
|--|

5) Lorsque le palet touche le sol : $y = h$ pour $x = D$ donc de l'équation de la trajectoire il vient :

$$h = \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot D^2 \quad \Leftrightarrow \quad D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

1) Les forces qui s'exercent sur le palet entre K et O sont :

- le poids \vec{P}
- la réaction \vec{R} de la gouttière perpendiculaire à celle-ci car il n'y a pas de frottements
- la force \vec{F} de l'enfant horizontale



2) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_c = \Sigma W \vec{F}^{ext} \quad \text{entre les points K et O il vient :}$$

$$\frac{1}{2} M v_0^2 - \frac{1}{2} M v_K^2 = W_{KO}(\vec{P}) + W_{KO}(\vec{R}) + W_{KO}(\vec{F})$$

or $W_{KO}(\vec{P}) = W_{KO}(\vec{R}) = 0$ J car les deux forces sont orthogonales au déplacement du palet.

Et : $W_{KO}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{KO} = F \cdot L$

Et $v_K = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (énoncé) donc il vient :

$$\frac{1}{2} M v_0^2 = F \cdot L$$

D'où :

| |
|--|
| $v_0 = \sqrt{\frac{2FL}{M}} \quad (1)$ |
|--|

3) D'après la relation : $D = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$ il vient $v_0 = D \sqrt{\frac{g}{2h}} \quad (2)$

Donc en égalant (1) et (2), on obtient :

$$\sqrt{\frac{2FL}{M}} = D \sqrt{\frac{g}{2h}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2FL}{M} = D^2 \cdot \frac{g}{2h}$$

finalement :

| |
|-------------------------|
| $F = \frac{gMD^2}{4hL}$ |
|-------------------------|

4) $F_A = \frac{gMD_A^2}{4hL}$ et $F_B = \frac{gMD_B^2}{4hL}$

Donc $F_A / F_B = D_A^2 / D_B^2 = 8^2 / 4^2 = 4$

Amélie est **quatre fois** plus forte que Benoît...

5) Energie mécanique : $E_m = E_c + E_{pp}$

ici : $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot y$

En l'absence de frottements, l'énergie mécanique se conserve donc :

$$\begin{aligned} E_m(O) &= E_m(B) \\ \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 - m \cdot g \cdot y_0 &= \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - m \cdot g \cdot y_B \\ \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 &= \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - m \cdot g \cdot h \\ v_B^2 &= v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \end{aligned}$$

finalement :

| |
|--|
| $v_B = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}$ |
|--|

Exercice n°2: Étude de la vitamine C (10 points)

I - Première partie : étude d'un comprimé effervescent

1) Un acide est une espèce chimique susceptible de libérer un proton, H^+ .

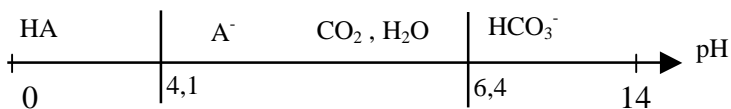
$C_6H_8O_6 = C_6H_7O_6^- + H^+$ la base conjuguée est l'ion ascorbate de formule $C_6H_7O_6^-$.

2) Masse d'hydrogénocarbonate de sodium nécessaire pour préparer 250 mL de solution:

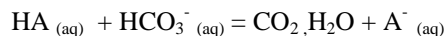
$$m = C \times V \times M$$

$$m = 4,0 \cdot 10^{-2} \times 0,250 \times 84 = 1,0 \times 10^{-2} \times 84 = \mathbf{0,84 \text{ g}}$$

3) Diagramme de prédominance :



4) équation de la réaction:



$$K = \frac{[\text{A}^-]_{\text{eq}} \times [\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}]_{\text{eq}}}{([\text{HA}]_{\text{eq}} \times [\text{HCO}_3^-]_{\text{eq}})}$$

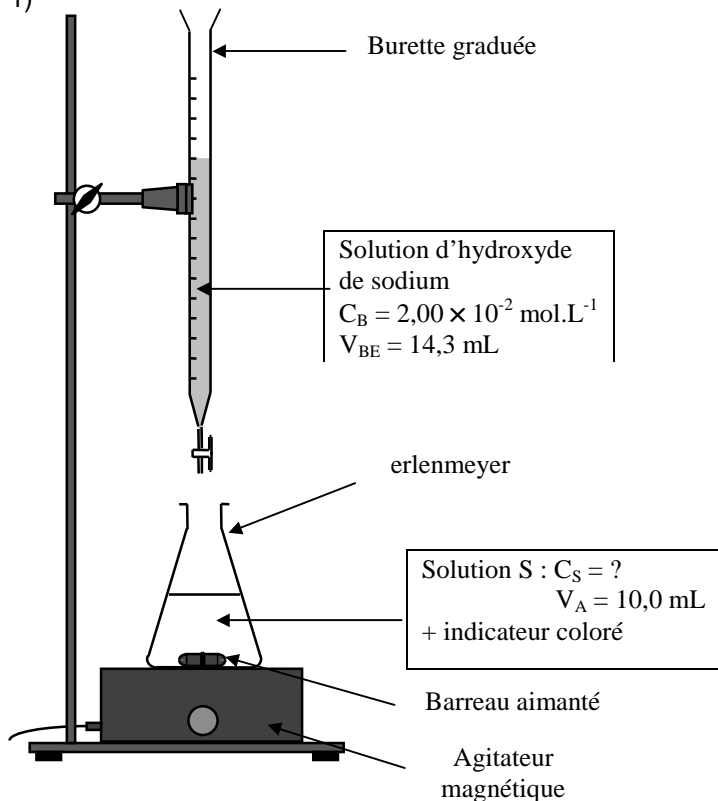
$$= K_{A1} / K_{A2} = 10^{-\text{p}K_{A1} + \text{p}K_{A2}} = 10^{-4,1 + 6,4} = 10^{2,3}$$

$$= 2,3 \cdot 10^2$$

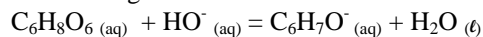
5) La réaction est sensiblement déplacée dans le sens direct (K voisin de 10³). L'effervescence observée est due au dégagement de CO₂.

II - Seconde partie : titrage d'un comprimé de vitamine C

1)



2) La réaction de titrage est :



3) Constante d'équilibre K' :

$$K' = \frac{[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}^-]_{\text{eq}}}{[\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6]_{\text{eq}} \times [\text{HO}^-]_{\text{eq}}}$$

En multipliant par [H₃O⁺]_{eq} au numérateur et dénominateur :

$$K' = \frac{[\text{C}_6\text{H}_7\text{O}^-]_{\text{eq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eq}}}{[\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6]_{\text{eq}} \times 1} / \frac{1}{([\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{eq}} \times [\text{HO}^-]_{\text{eq}})}$$

$$K' = K_{A1} / K_e = 10^{-\text{p}K_{A1} + \text{p}K_e} = 10^{-4,1 + 14} = 10^{9,9}$$

K' >> 10³ donc la réaction est totale.

4) A l'équivalence du titrage les réactifs ont été mélangés dans les proportions stoechiométriques :

$$n_{\text{init}}(\text{vit C}) = n_E(\text{HO}^-)$$

$$n_{\text{init}}(\text{vit C}) = C_B \times V_{BE} = 2,00 \times 10^{-2} \times 14,3 \times 10^{-3}$$

$$n_{\text{init}}(\text{vit C}) = 28,6 \times 10^{-5} = \mathbf{2,86 \times 10^{-4} \text{ mol}} \quad \text{dans } 10,0 \text{ mL de S}$$

5) Dans les **100,0 mL** de la solution S, la quantité de vitamine C est alors :

$$n(\text{vit C}) = 10 \times 2,86 \times 10^{-4} = \mathbf{2,86 \times 10^{-3} \text{ mol}}$$

La masse m de vitamine C est alors :

$$m = n(\text{vit C}) \times M$$

$$m = 2,86 \times 10^{-3} \times 176$$

$$m = 2,86 \times 1,76 \times 10^{-1}$$

$$\mathbf{m = 5,03 \times 10^{-1} \text{ g} = 503 \text{ mg.}}$$

L'appellation vitamine C 500 est due à la masse de vitamine C en mg contenue dans le comprimé.