HISTOIRE DE LA NUMERATION

Objectifs:
- Connaître différents systèmes de numération.
- Savoir convertir un nombre décimal dans différentes bases.

Introduction:

• Depuis la nuit des temps, l'Homme a eu besoin de **compter** et de **calculer**. Selon les civilisations, divers **systèmes de numération** on été mis en place puis abandonnés. Nous allons étudier dans ce chapitre quelques uns des principaux systèmes de numération apparus au cours de l'histoire de l'Humanité.

• A l'heure actuelle, nous utilisons **le système de numération décimal**. Ce système s'est imposé en Europe à partir du $10^{\text{ème}}$ siècle. Aujourd'hui le système décimal est quasiment universel.

I. LA NUMERATION BABYLONIENNE: BASE 60

• En Mésopotamie, les Sumériens ont inventé **l'écriture**. Cette écriture formée de signes en forme **de coin** est appelée **cunéiforme**. Les Sumériens ont représenté les nombres par des symboles:

Le Clou  pour l'unité

Le Chevron  pour la dizaine

• L'écriture cunéiforme des Babyloniens, frappée dans l'argile, utilisait un système de numération positionnel de base 60 avec les mêmes symboles que la numération sumérienne classique.

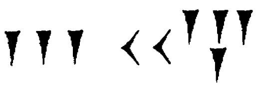
<u>Exemples</u>:

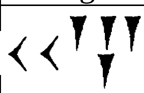
2	8	15	53
			

1) Quel est le type de numération des nombres jusqu'à 59 ?

2) Représenter le nombre 35 en écriture babylonienne.

• A partir de 60, la position des symboles entre en jeu et la numération devient **positionnelle**. La numération sumérienne est de base 60: on compte par "paquets" de 60. Les unités et les soixantaines sont séparés d'un (ou plusieurs) espaces.

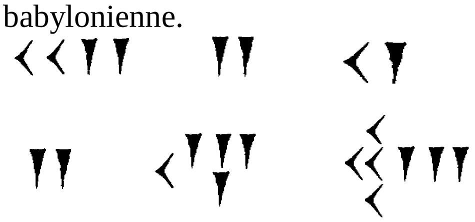
<u>Exemples</u>: 

Rang 1	Rang 0	
		
3×60^{1}	24×60^{0}	
180	+ 24	= 204

Rang 2	Rang 1	Rang 0	
			
2×60^{2}	3×60^{1}	12×60^{0}	
7200	+ 180	+ 12	= 7392

3) Écrire le nombres 182, 342 et 2008 en écriture babylonienne.

4) Quels sont les nombres représentés par:

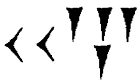


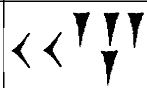
Remarque: pourquoi la **base 60** ? Les sumériens comptaient sur leur doigts. Le pouce d'une main compte les phalanges des quatre autres doigts de la même main, soit un maximum de **12 phalanges**. Une fois le maximum atteint, un doigt de l'autre main "retient" ce **12**. Avec les 5 doigts de l'autre main, on obtient alors un maximum de 5 x 12 = 60. D'où la base 60 ....

5) Nous avons conservé quelques vestiges de la base sexagésimale. Pouvez-vous en citer un ?

Remarque: le problème dans ce type de numération est que le symbole "zéro" n'existe pas: alors pour figurer le zéro les scribes laissaient un espace vide plus grand entre les groupes de symbole.

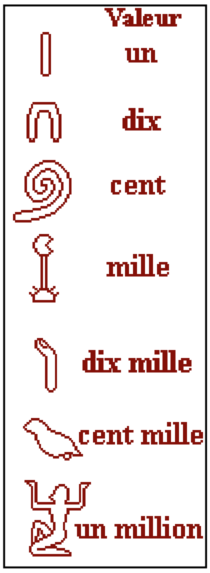
Exemple:

Rang 1	Rang 0	
		
3×60^1	24×60^0	
180	+ 24	= 204

Rang 2	Rang 1	Rang 0	
			
3×60^2	0×60^1	24×60^0	
10 800	+ 0	+ 24	= 10 824

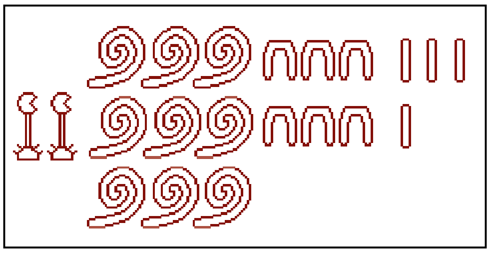
Un symbole tardif est apparu pour figurer le zéro: 

II. LA NUMERATION EGYPTIENNE



- La **numération égyptienne** utilisait les **hiéroglyphes** ci-contre. Leurs symboles évoquent chacun un ordre de grandeur.
  - un **bâton** évoque l'unité,
  - une **anse de panier**: il contient environ 10 objets,
  - une **rouleau de papyrus**: on peut y écrire environ 100 hiéroglyphes,
  - une **fleur de lotus**: on les trouve par milliers,
  - un **doigt montrant le ciel nocturne**: on y voit près de 10 000 étoiles,
  - un têtard: on en trouve de l'ordre de 100 000 au bord du Nil après la ponte,
  - un **dieu agenouillé supportant le ciel**: le dieu est éternel et 1 million d'années est synonyme d'éternité.
- On additionne les valeurs de tous les signes utilisés pour écrire le nombre.

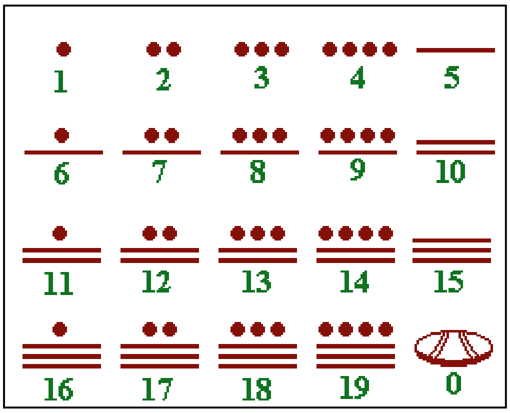
Exemple:



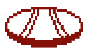
On peut vérifier que ce nombre est 2964.

1) Combien de symboles comporte cette numération ? Quelle est la base de cette numération ?
2) D'après vous, pourquoi cette base a-t-elle été souvent choisie dans les numérations inventées par l'homme ?
3) Quel est le type de numération ?
4) Écrire les nombres 210, 10275 et 2008 en écriture égyptienne.

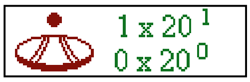
III. LA NUMERATION MAYA: BASE 20



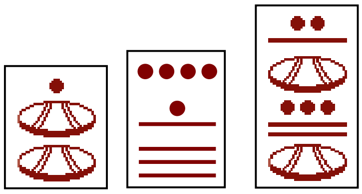
• En Amérique centrale, les Mayas ont adopté un système de numération à base 20. On a représenté ci-contre les chiffres de 1 à 19 ainsi que le chiffre zéro.
• Les 19 chiffres sont représentés par seulement 3 symboles:

	Symbole	Valeur
Point		1
Trait		5
coquille		0

• Les Mayas écrivaient leurs nombres de **haut en bas**. Le nombre 20 s'écrit donc ainsi:



1) Quels sont les nombres ci-après écrits en Maya ?

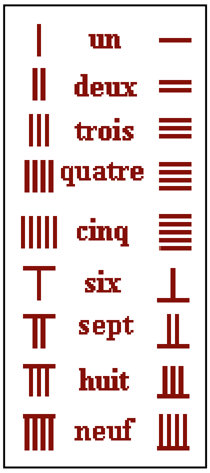


2) Écrire les nombres 264, 643 et 2008 en Maya.

3) Le système de numération est en partie additif puis positionnel: pouvez-vous préciser ?

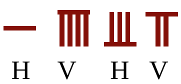
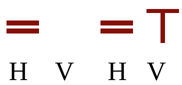
IV. LA NUMERATION CHINOISE

Série verticale: rangs impairs | **Série horizontale rangs pairs**



• La numération chinoise est une numération à **base dix**. Elle comporte neuf chiffres, le **zéro** étant indiqué par **un espace**.
• Selon le rang du chiffre dans le nombre, il existe deux séries d'écritures différentes:
série verticale (V) : chiffres de **rangs impairs**, utilisés pour les unités, les centaines, ...
série horizontale (H): chiffres de **rangs pairs**, utilisés pour les dizaines, les milliers, ...

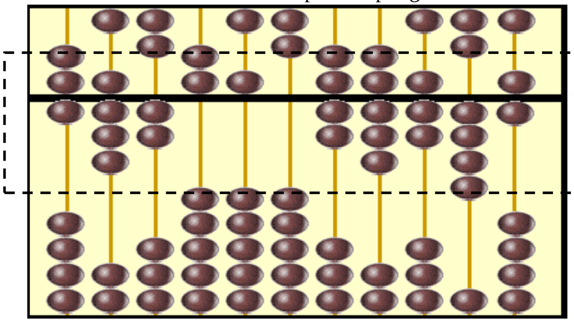
<u>Exemples:</u>

Ainsi, 1987 s'écrit :  et 2026 s'écrit 

• On pourrait reprocher à ce système de numération un risque d'erreur, si l'espace est oublié. L'alternance des deux types de chiffres évite cependant cette ambigüité.

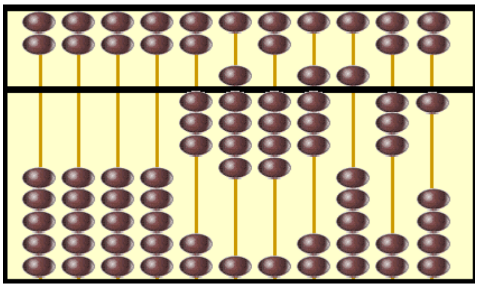
1) Ecrire en numération savante chinoise, les nombres : 2007, 3692, 640, 64 et 6400.
2) Lire les nombres suivants  et 

• Les Chinois ont inventé la première calculatrice dont ils se servent encore de nos jours: **le boulier** (les jeunes élèves apprennent toujours à l'école à compter avec le boulier) avec une efficacité remarquable. Il repose sur les dix doigts de la main et sur les positions des chiffres dans le nombre.

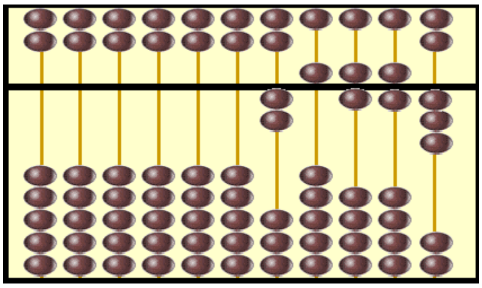


• Un boulier « se lit » de droite à gauche, la première colonne représentant les unités, la seconde les dizaines, la troisième des centaines, etc.
La ligne du haut comporte deux boules qui valent chacune 5 unités. La ligne du bas comprend 5 boules valant chacune une unité.

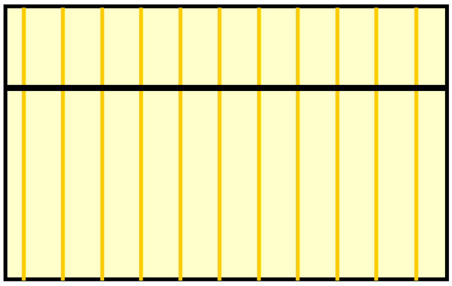
• Les boules sont « actives » si elles sont:
    <u>en bas</u> sur la ligne **du haut**
    <u>en haut</u> sur la ligne **du bas**;
La lecture est faite donc **le long de la barre de séparation**.



①



②



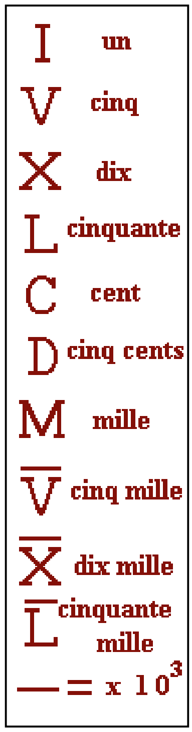
③

3) Quel est le nombre indiqué par le premier boulier ?
4) Quel nombre indique le boulier ② ?

Vérifier vos manipulation avec le site de **J.F Noblet** sur le boulier (voir site labotp.org).

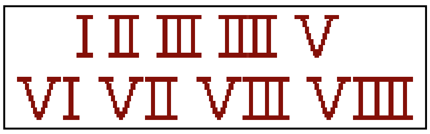
• Pour faire une **addition**, on effectue l'addition colonne par colonne en tenant compte des retenues dans la colonne suivante.
<u>Exemple</u>: pour faire 9 + 7 = 16 on affiche 9 dans la colonne 1 , puis on ajoute 10 dans la colonne 2 (on monte une boule) et on retire 3 dans la colonne 1.

5) Essayer l'addition 159 + 78 en faisant afficher 159 puis en ajoutant 78 en tenant compte des retenues.
6) Trouvez la somme des deux nombres précédents ① + ② en tenant compte des retenues et l'inscrire dans la case ③.



V. LA NUMERATION ROMAINE

• La numération romaine permettait d'écrire les neufs premiers chiffres comme l'indique la figure ci-contre.
On remarque l'écriture du chiffre **quatre** et celle du chiffre **neuf**. Ce n'est qu'au Moyen-Age qu'on a écrit les chiffres romains en utilisant des différences telles que **IV** (quatre), **IX** (neuf), **XC** (quatre-vingt dix)...



1) La numération romaine est-elle additive ou positionnelle ?
2) Ecrire les nombres 1948 et 2008 en numération romaine, en évitant d'écrire 4 symboles identiques à la suite.
3) Traduire les nombres ci-dessous en numération actuelle.

DCCCXXVIII $\overline{\mathrm{C}}\,\overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{V}}$MDLX