

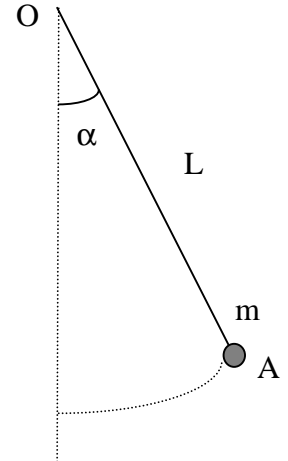
ETUDE D'UN PENDULE SIMPLE (Correction)

I LE PENDULE SIMPLE

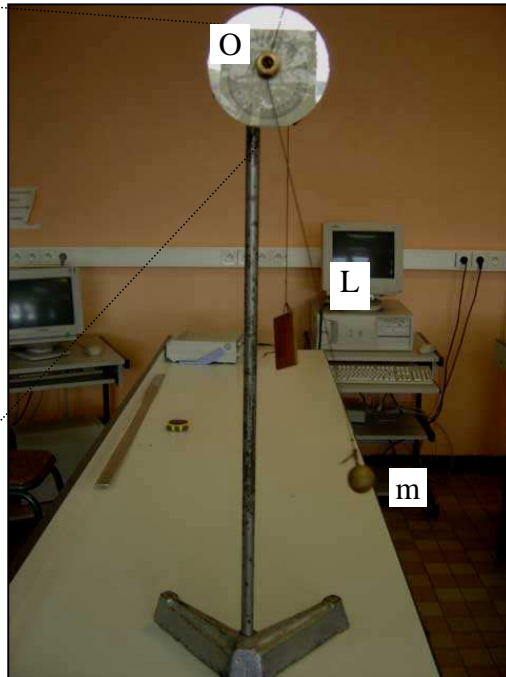
1) Dispositif expérimental

• Un pendule simple est constitué d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur L auquel est accroché un objet considéré comme ponctuel de masse m .

• Écarté de sa position initiale d'un petit angle α et lâché sans vitesse initiale, il effectue un mouvement périodique d'allée et venue, d'une durée T appelée **période**.



Cercle gradué pour mesurer α



Pendule simple au cours d'oscillations

a) La période T du pendule simple s'exprime en seconde (s).

b) On peut mesurer précisément la période T du pendule en chronométrant la **durée Δt de plusieurs périodes**. Par exemple pour 5 périodes: $\Delta t = 5.T$ donc $T = \Delta t / 5$.

2) Réglage du dispositif

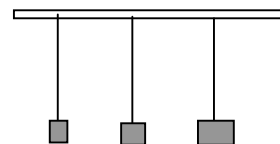
- Régler la longueur L du fil à $L = 50 \text{ cm}$ entre le centre de la masse m et le point d'attache du fil.
- La durée Δt débute lors du passage du pendule simple **par la position d'équilibre** ($\alpha = 0^\circ$).

On mesure de $\Delta t = 6,95 \text{ s}$ pour 5 périodes donc: $T = \Delta t / 5 = 1,39 \text{ s}$.

II RECHERCHE EXPERIMENTALE DE L'EXPRESSION DE LA PERIODE T

1) Influence de la masse

- Faire osciller trois pendules de masse **m** différentes mais de même longueur **L** et ayant même angle initial **α**. Observation.



Les trois pendules oscillent avec la même période.

Les trois pendules ont même longueur **L** mais des masses différentes: 50 g, 200 g et 100 g.

- La **période T** ne dépend donc pas de la masse **m** de l'objet.

2) Influence de l'angle α

- On mesure, au chronomètre, une durée **Δt** égale à 5 périodes **Δt = 5.T** pour les différentes valeurs de **α** du tableau.

α	10	20	30
Δt (s)	7,01	7,25	7,16
T (s)	1,40	1,45	1,43

- On constate que les périodes sont identiques (à 4 % près).

- La **période T** ne dépend pas de l'angle **α** (pour **α < 30°**).

3) Influence de la longueur du fil

- Pour **α = 20°**, on mesure la durée de **5 périodes Δt = 5.T** pour les différentes valeurs de **L** du tableau.

L (m)	0,20	0,40	0,50	0,60	0,80
Δt (s)	4,40	6,15	6,95	7,65	8,80
T (s)	0,880	1,23	1,39	1,53	1,76
T ² (s ²)	0,774	1,51	1,93	2,34	3,10

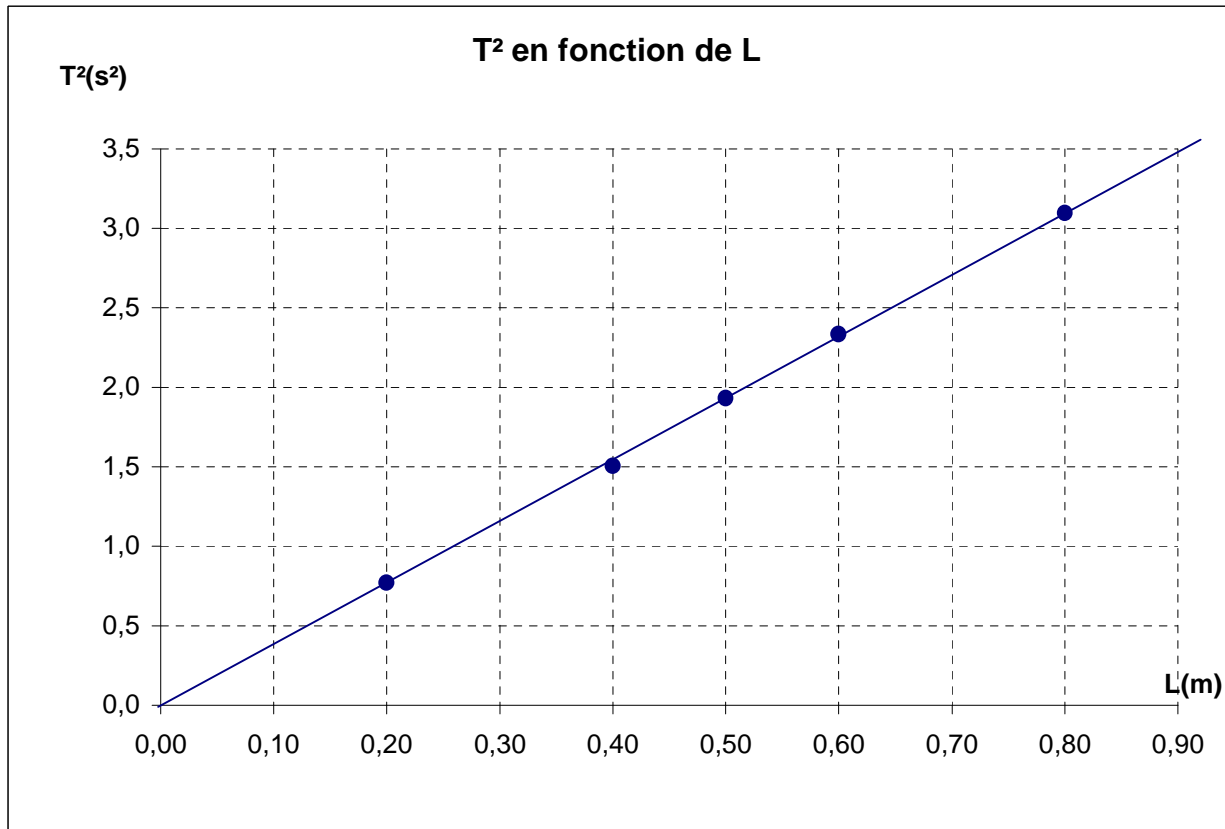
a) Lorsque **L** augmente la période **T** augmente.

b) Graphe **T² = f(L)**: voir page suivante.

c) Le graphe **T² = f(L)** est une droite passant par l'origine. La période **T²** est donc proportionnelle à la longueur **L** du pendule.

d) On a alors: $T_0^2 = a \times L$ où **a** est la coefficient directeur du graphe tel que:

$$a = (3,1 - 0) / (0,80 - 0) = \mathbf{3,9 \text{ (s}^2/\text{m)}}.$$



e) On a: $\frac{4\pi^2}{g} = 4,02$ (S.I) avec $g = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$.

f) On a un écart relatif de 3 % environ entre $a = 3,9 \text{ s}^2/\text{m}$ et $\frac{4\pi^2}{g} = 4,02$ (S.I).

Donc à 3 % près on vérifie la relation: $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \times L$

soit finalement: $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

4) Mesure de la masse de la Terre

• En identifiant le poids et la force de gravitation exercée par la Terre sur un objet de masse m, on a:

$$P = F \Leftrightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{R_T^2}$$

soit: $g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$

• D'autre part: $g = \frac{4\pi^2}{T^2} \times L = \frac{4\pi^2}{a}$

• Donc par identification entre les deux relations, il vient: $G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = \frac{4\pi^2}{a}$

Finalement: $M_T = \frac{4\pi^2 \cdot R_T^2}{a \cdot G}$

Application numérique: $M_T = 4 \times (3,14)^2 \times (6,4 \cdot 10^6)^2 / (3,9 \times 6,67 \cdot 10^{-11}) = 6,3 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

La valeur admise aujourd'hui est: $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ soit un écart relatif de 5 %.